

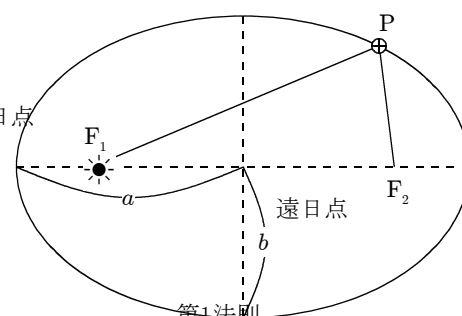
第9講 万有引力(教P. 78~83)

A ケプラーの法則

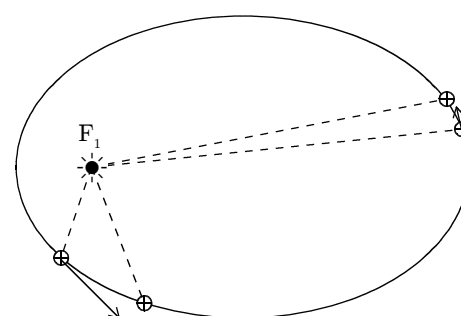
ティコ・ブラーエの行った惑星位置の精密観測の膨大な観測結果を、ケプラーが数年の歳月をかけて計算した末に発見(第1, 第2 : 1609年, 第3:1626年)

【ケプラーの法則】

(第1法則) 惑星は、太陽のまわりに、太陽を焦点の一つとする楕円軌道を描く
 (第2法則) 惑星と太陽を結ぶ線分が、単位時間に描く面積(面積速度)は一定である。



第1法則

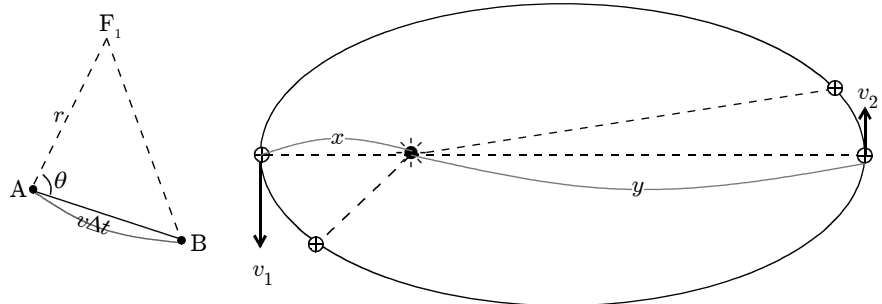


第2法則

(第3法則) 任意の2つの惑星の公転周期 T の2乗は、楕円軌道の長い方の半径(長半径) a の3乗に比例する。すなわち、 k を比例定数として、

$$T = k a^{\frac{3}{2}} \quad \text{あるいは} \quad T^2 = k a^3$$

速さ v で回る惑星が時間 Δt の間に描く扇型の面積 $\Delta S = F_1 AB$ は、 $\triangle F_1 AB$ と等しいと近似できる。



$\Delta S =$

よって面積速度 $\frac{\Delta S}{\Delta t} =$

近日点で速さ v_1 、遠日点で速さ v_2 で公転している天体の場合、面積速度一定の法則より、

※秋分の日から春分の日までと、春分の日から秋分の日まででは、後の方が長い。なぜだろう。

B 万有引力

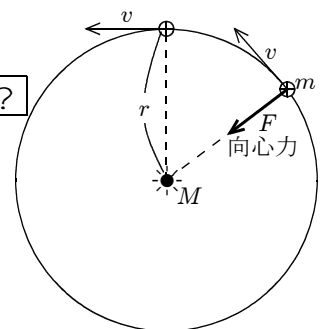
惑星の軌道は、「太陽を中心とした円」にかなり近い軌道なので、「円軌道」として仮定すると、ケプラーの第2法則より等速円運動と見なすことができる。

惑星質量： m 、軌道半径： r 、公転周期： T 、比例定数： k とすると、何故か？

ケプラーの第3法則より：

円運動の運動方程式：

向心力は $\left\{ \begin{array}{l} \text{質量に比例} \\ \text{半径の2乗に反比例} \end{array} \right.$ \Rightarrow



この力は作用反作用の法則より、太陽が惑星から受ける力でもある $\Rightarrow F \propto$ も成立する

つまり、比例定数を K とすると、 $F=K \frac{Mm}{r^2}$ なる力が太陽-惑星間に生じていることになる。ニュートンは、『この M, m は太陽、惑星に限らず、他のあらゆる物体に置き換えても何ら問題はない』、と考えた。

【万有引力】

G : 万有引力定数 ($6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$)

万有引力定数は、ニュートンから100年後まで分からなかった!

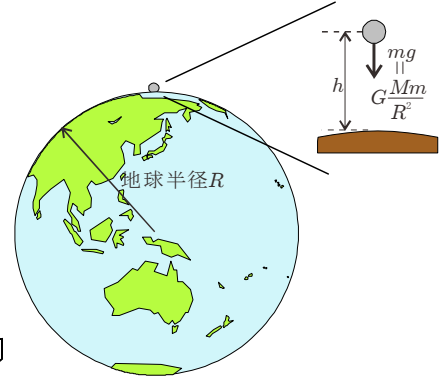
(問題9-1)

宇宙空間に1.0m離れて浮いている質量50kgの2物体は、どのくらいの時間がたつとぶつかるか。 $G=6.7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

地球から受ける万有引力は、地球の全質量が中心に集まったものとして考えてよい。

C 地球質量の測定

地球表面の物体が受ける重力は、地球と物体の間の万有引力
 地球半径： R ，地球質量： M ，物体の質量： m ，万有引力定数 G
 重力加速度の大きさ： g とすると、



※ $g=9.8\text{m/s}^2$ ， $R=6.4 \times 10^6\text{m}$ ， $G=6.7 \times 10^{-11}\text{Nm}^2/\text{kg}^2$ を入れて、 M を求めてみよう

万有引力の測定は、「地球質量を決定する」という重要な意味を持っている。

(問題9-2)

地球が、太陽のまわりを半径 r の円軌道を回っていると考えた場合、円運動の速さ v ，周期 T を求めなさい。ただし、太陽質量を M ，地球質量を m ，万有引力定数を G とする。

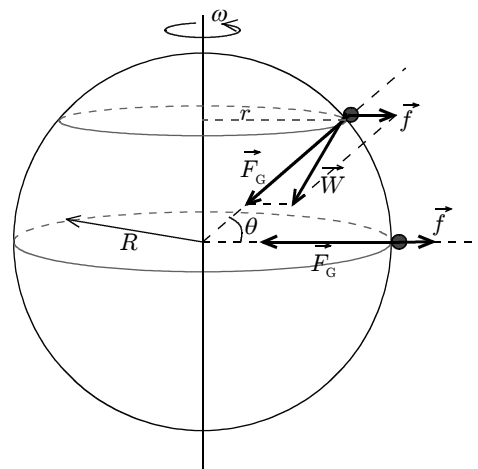
※計算機を使って、 $M=2.0 \times 10^{30}\text{kg}$ ， $G=6.7 \times 10^{-11}\text{Nm}^2/\text{kg}^2$ ， $r=1.5 \times 10^{11}\text{m}$ を入れると、周期が約1年になることを確かめよ。

D 地表面の重力と万有引力

地球上の物体は、地球の自転によって円運動をしている
 ⇒地球上の系は「非慣性系」なので慣性力(遠心力)が生じている

↓
 地表面で受ける重力 \vec{W} は、万有引力 \vec{F}_G と遠心力 \vec{f} の合力となる

	万有引力 $ \vec{F}_G $	遠心力 $ \vec{f} $	重力
赤道上			
緯度 θ			
南北極			



※遠心力は赤道で最大となるが、その大きさは重力の1/300程度 ⇒ 確認せよ